3. Zentrale Stoßprozesse

Stoßen zwei Körper aufeinander, dann verformen sie sich. Bildet sich diese Verformung nicht mehr vollständig zurück, dann spricht man von einem *unelastischen Stoß*. Ein *vollkommen unelastischer Stoß* liegt vor, wenn sich die Verformung überhaupt nicht mehr zurückbildet. Die Folge davon ist, dass sich die beiden Körper *gemeinsam weiter bewegen*.
Bei einem unelastischen Stoß geht immer ein Teil der *mechanischen Energie verloren*.

3.1. Der vollkommen unelastische Stoß

Mit dem Impulserhaltungssatz gilt für die Geschwindigkeit u nach dem Stoß:

$$p = p' \Leftrightarrow m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)\,u \Leftrightarrow$$

$$\boxed{u = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2}} \quad \text{(FoSa)}$$

Energiebetrachtung:

Der *gesamte absolute Verlust an kinetischer Energie* für den Sonderfall $v_2 = 0$,
d.h. Stoß auf einen ruhenden Körper 2 ist:

$$\Delta E = E' - E = \tfrac{1}{2}(m_1 + m_2)u^2 - \tfrac{1}{2}m_1v_1^2 = \tfrac{1}{2}(m_1 + m_2)\left(\frac{m_1v_1}{m_1 + m_2}\right)^2 - \tfrac{1}{2}m_1v_1^2 = -\frac{m_1m_2v_1^2}{2(m_1 + m_2)}$$

Für den *relativen* Verlust ergibt sich damit

$$\Delta E_{rel} = \frac{\Delta E}{E} = -\frac{m_1m_2v_1^2}{2(m_1 + m_2)\cdot\frac{1}{2}m_1v_1^2} = -\frac{m_2}{(m_1 + m_2)}\text{, also :} \quad \boxed{\Delta E_{rel} = -\frac{m_2}{(m_1 + m_2)}}$$

Der relative Verlust hängt nur vom Verhältnis der beteiligten Massen ab.

Damit ergeben sicht zwei Extremfälle:
a) $m_1 >> m_2$, d.h. die stoßende Masse m_1 ist sehr viel größer als die ruhende Masse m_2:
   (Elefant „rammt" eine Mücke)
   Mathematisch: $m_1 \to \infty$: Damit geht der Nenner von $\Delta E_{rel} \to \infty$ und $\Delta E_{rel} \to 0$.
   (Der Elefant gibt praktisch keine mechanische Energie ab.)
b) $m_1 << m_2$, d.h. die stoßende Masse m_1 ist sehr viel kleiner als die ruhende Masse m_2:
   (Mücke „rammt" einen Elefanten)
   Mathematisch: $m_1 \to 0$: Damit geht $\Delta E_{rel} \to 1$.
   (Die Mücke gibt praktisch ihre gesamte mechanische Energie ab.)

Diese Überlegungen beeinflussen ganz erheblich das Verhalten z.B. bei (unelastischen) Auffahrunfällen.

3.2. Der vollkommen elastische Stoß

Bildet sich die Verformung, die beide Körper beim Zusammenstoß erleiden, wieder vollständig zurück, dann spricht man von einem vollkommen elastischen Stoß.
Beide Körper bewegen sich *nach dem Stoß unabhängig voneinander* weiter.
Beim elastischen Stoß wird die elastische Energie der Verformung wieder komplett in kinetische Energie zurück verwandelt, es findet also *kein Energieverlust* statt.
Allerdings findet eine *Energieübertragung* von einen auf den anderen Körper statt.
Da nach dem Stoß beide Körper unterschiedliche Geschwindigkeiten u_1 und u_2 haben, benötigen wir zwei Gleichungen, um sie aus den Größen vor dem Stoß zu berechnen:

Impulserhaltung: $p = p' \Rightarrow m_1v_1 + m_2v_2 = m_1u_1 + m_2u_2$
Energieerhaltung: $E = E' \Rightarrow \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2$

Durch geschickte Umformung erhält man:

$$\boxed{u_1 = \frac{m_1v_1 + m_2(2v_2 - v_1)}{m_1 + m_2} \quad \text{bzw.} \quad u_2 = \frac{m_2v_2 + m_1(2v_1 - v_2)}{m_1 + m_2}}$$ (FoSa)

Energiebetrachtung: Im allgemeinen Fall zu kompliziert wegen obiger Formeln.

Geschwindigkeitsbetrachtung:
Für den Sonderfall $m_1 = m_2$ ergibt sich für u_1 und u_2: $u_1 = v_2$ und $u_2 = v_1$
Beide Körper tauschen ihre Geschwindigkeiten aus.

Aufgabenbeispiel:
Zwei hochelastische Gummibälle mit den Massen m_1 und m_2 werden aus einer Höhe h fallen gelassen. Der kleinere Ball befindet sich senkrecht über dem großen Ball mit einem zu vernachlässigendem Abstand. Man lässt die beiden Bälle gleichzeitig los und beobachtet, dass der kleinere Ball eine Höhe H erreicht, die viel größer ist als seine Ausgangshöhe h. Berechnen Sie die Steighöhe H in Abhängigkeit von h für $m_2 = 5m_1$ unter der Voraussetzung, dass alle Stöße vollkommen elastisch erfolgen und die Ausdehnung der Bälle vernachlässigt werden kann.

3.3. Der reale Stoß

Bei *realen* Stoßprozessen liegt fast immer eine *Mischform* der beiden Idealisierungen vor.
Um einen vollkommen elastischen Stoß von einem realen zu unterscheiden, überprüft man, ob der Energieerhaltungssatz gültig ist.
Ist das nicht der Fall, liegt ein kein vollkommen elastischer, sondern realer Stoß vor.

Alternativ bietet es sich an, mit der Formel für $u_{1/2}$ eine „theoretische" Endgeschwindigkeit zu berechnen und mit einer tatsächlich beobachteten Endgeschwindigkeit zu vergleichen.

Musteraufgabe: AP 2005 Aufgabe 1, Teil 1